

نعتبر في \mathbb{C} المعادلة (E) التالية:

$$z^2 + (i \sin \theta)z - \frac{1}{4} = 0 \quad \text{حيث } \theta \text{ عدد حقيقي من المجال } \left] -\frac{\pi}{2}, 0 \right[$$

1-أ- حل المعادلة (E) (نرمز بـ z_1 و z_2 لحليهما بحيث $\operatorname{Re}(z_1) > 0$)

ب- تحقق من أن : $z_2 = -\bar{z}_1$

ج- اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي.

2-أ- بين أن لكل n من \mathbb{N} : $(z_1 + z_2)^n = (-\sin \theta)^n i^n$

ب- حدد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية n بحيث يكون $(z_1 + z_2)^n$ عددا حقيقيا .

3- نفترض في هذا السؤال أن $\theta = -\frac{\pi}{6}$

أ- نضع $U = 2z_1$ و $V = 2z_2$

بين أن U جذر خامس للعدد V .

ب- المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v})

لتكن A و B و C النقاط التي ألحاقها على التوالي هي :

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad \text{و} \quad b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad \text{و} \quad c = -i$$

بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع.